

## Programma di Matematica

### ARGOMENTI INTRODUTTIVI

Eguaglianze, non eguaglianze, disequaglianze e loro proprietà. Insiemi. Appartenenza. Sottoinsiemi. Insiemi finiti e infiniti. Cardinalità. Insieme vuoto. Quantificatori universali ed esistenziali.

### NUMERI NATURALI

Insieme  $N$  dei numeri naturali. Il numero zero. Rappresentazione decimale dei numeri naturali: significato posizionale delle cifre. Ordinamento e rappresentazione grafica. Addizione. Operazione interna. Proprietà dell'addizione. Applicazione delle proprietà nel calcolo rapido. Elemento neutro dell'addizione. Sottrazione e sue proprietà. Come dimostrare che una proprietà non sussiste: il controesempio. Moltiplicazione nell'insieme dei numeri naturali: definizione e proprietà. La proprietà distributiva. La legge dell'annullamento del prodotto. La divisione nell'insieme dei numeri naturali: definizione e proprietà. Quoziente esatto e divisori di un numero naturale. Divisori dello zero. Casi indeterminati e casi impossibili. Divisione con il resto. Unicità del quoziente e del resto. Elevamento a potenza di un numero naturale. Proprietà delle potenze. Casi particolari. Criteri di divisibilità. Numeri primi e loro proprietà. Numeri composti. Scomposizione in fattori primi e sua unicità. Numeri primi fra loro. Massimo comune divisore e minimo comune multiplo.

### ALTRI INSIEMI NUMERICI

Insieme  $Z$  dei numeri interi. Significato di positivo e negativo, concorde e discorde. Rappresentazione sulla retta. Caratteristiche principali dell'insieme  $Z$ . Sottoinsiemi di  $Z$ .  $Z$  come ampliamento di  $N$ . Valore assoluto di un numero. Addizione in  $Z$ . Opposto di un numero. Sottrazione in  $Z$ . Moltiplicazione in  $Z$ : regola dei segni. Divisione ed elevamento a potenza a esponente naturale.

Rappresentazione numerica delle parti di un intero. Le frazioni. Nomenclatura. Reciproco di un numero naturale. Costruzione dei sottomultipli di un segmento e rappresentazione delle frazioni su una semiretta orientata. Frazioni proprie, improprie, apparenti, decimali. Numeri decimali limitati. Numeri decimali illimitati periodici semplici e misti. Esempi di numeri decimali illimitati aperiodici. Frazioni equivalenti. Classi di frazioni equivalenti. Numeri razionali assoluti. Confronto tra numeri razionali assoluti. Operazioni nell'insieme dei numeri razionali assoluti. Espressioni numeriche. Insieme  $Q$  dei numeri razionali relativi. Addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione in  $Q$ . Espressioni numeriche. Potenze con esponente intero negativo. Insiemi discreti:  $N$ ,  $Z$ . Insiemi densi:  $Q$ . Necessità di ampliamento dell'insieme  $Q$ . Non razionalità del numero il cui quadrato è 2. Numeri irrazionali. Rappresentazione decimale di un numero irrazionale. Insieme  $R$  dei numeri reali. La retta reale. Carattere continuo dell'insieme dei numeri reali.

### ELEMENTI DI TEORIA DEGLI INSIEMI

Insiemi. Appartenenza. Rappresentazioni di un insieme. Rappresentazione caratteristica di un insieme. Esempi. Insiemi uguali. Sottoinsiemi. Insieme complementare. Insieme delle parti. Intersezione di insiemi. Proprietà dell'intersezione. Unione di insiemi. Proprietà dell'unione. Proprietà distributiva dell'intersezione e dell'unione. Leggi di De Morgan. Insieme differenza. Problemi con gli insiemi. Prodotto cartesiano e sue proprietà. Partizione di un insieme. Insieme delle parti.

### CENNI DI LOGICA, RELAZIONI E INTRODUZIONE AL CONCETTO DI FUNZIONE

Proposizioni semplici e composte, valore di verità. Negazione, congiunzione logica, disgiunzione logica inclusiva e rispettive tavole di verità. Enunciati aperti e insiemi di verità. Connettivi logici e operazioni insiemistiche. Relazioni binarie. Dominio e insieme immagine. Rappresentazione per elencazione. Rappresentazione cartesiana. Definizione di funzione secondo Dirichelet. La funzione come caso particolare di relazione. Variabile dipendente e indipendente. Immagine. Dominio e codominio. Funzioni di una, due, più variabili. Funzioni di variabili numeriche. Funzioni a valori numerici. Espressione analitica di una funzione di variabili numeriche a valori numerici. Grafico di una funzione reale di una variabile reale.

### FUNZIONI MONOMIE

Funzioni monomie: definizioni. Monomi simili. Somma algebrica di monomi. Prodotto di monomi. Quoziente di monomi. Potenza a esponente naturale di una funzione monomia. Riconoscimento di quadrati e di cubi. Descrizione di caratteristiche geometriche mediante funzioni monomie. Funzioni monomie e problemi.

#### FUNZIONI POLINOMIALI E PRODOTTI NOTEVOLI

Funzioni polinomiali: definizione, esempi, calcolabilità, dominio, riduzione a forma normale. Termini di un polinomio: variabili e termini noti. Grado complessivo e grado rispetto a una variabile. Polinomi omogenei, ordinati, completi. Principio di identità dei polinomi. Polinomi opposti. Zeri di un polinomio e cenno al teorema fondamentale dell'algebra. Modellizzazione mediante funzioni polinomiali. Semplificazione di funzioni polinomiali: somme algebriche. Prodotto di un polinomio per un monomio. Prodotto di polinomi. Quadrato del binomio. Quadrato del trinomio. Prodotto della somma e della differenza. Cubo del binomio. Potenza del binomio: triangolo di Tartaglia. Algoritmo della divisione tra polinomi in una o più variabili. Regola di Ruffini. Teorema del resto. Teorema di Ruffini. Problemi che coinvolgono funzioni polinomiali.

#### FATTORIZZAZIONE DEI POLINOMI. FUNZIONI RAZIONALI FRATTE

La fattorizzazione come metodo per la ricerca dei divisori nell'insieme dei numeri naturali e nell'insieme dei polinomi. Raccoglimento totale e parziale. Riconoscimento di sviluppi notevoli. Scomposizione di somme o differenze di cubi. Scomposizioni di trinomi notevoli di secondo grado a coefficienti interi. Ricerca degli zeri razionali di un polinomio a coefficienti interi. Massimo comune divisore e minimo comune multiplo di polinomi. Funzioni razionali fratte. Condizioni di esistenza. Semplificazione. Funzioni equivalenti. Calcolo e funzioni razionali fratte: somma algebrica, prodotto, quoziente, potenza a esponente intero.

#### EQUAZIONI

Le equazioni come strumento per risolvere problemi. Equazione associata a un problema. Dominio di un problema e di un'equazione. Risoluzione di un'equazione. Equazioni equivalenti. Principio di addizione. Principio di moltiplicazione. Uso dei principi di equivalenza nella risoluzione di un'equazione. Equazioni impossibili. Equazioni indeterminate. Equazioni determinate. Classificazione delle equazioni in base al numero delle incognite, della presenza di parametri, delle espressioni analitiche coinvolte. Equazioni razionali intere numeriche: riduzione a forma normale, grado, numero delle soluzioni. Risoluzione di un'equazione razionale intera numerica di primo grado. Problemi di primo grado in una incognita.

#### INTRODUZIONE ALLA GEOMETRIA RAZIONALE

Geometria intuitiva e geometria razionale. Il ruolo centrale del ragionamento. Necessità di postulati ed enti primitivi. Definizioni. Teorema e sua struttura. Come si svolge una dimostrazione. Corollario. Spazio, piani, rette, punti. Figure geometriche. Postulati di appartenenza. Punti allineati e non allineati, complanari e non complanari. Rette condotte a una retta assegnata da un punto fuori di essa. Fascio proprio di rette. Postulati dell'ordinamento sulla retta. Semirette. Segmenti. Segmenti consecutivi e adiacenti. Poligonale: aperta, chiusa, intrecciata. Postulato di partizione del piano. Semipiani. Figure convesse e concave. Intersezione di figure convesse. Angoli: definizione e nomenclatura. Postulato di partizione del piano da parte di una poligonale chiusa non intrecciata. Poligoni: definizione e nomenclatura. Linee curve: nomenclatura. Postulato di partizione del piano da parte di una linea curva chiusa non intrecciata. Somma e differenza di segmenti e di angoli e relativi postulati. Multipli e sottomultipli di un segmento e di un angolo e relativi postulati. Punto medio di un segmento. Simmetria centrale. Bisettrice di un angolo. Angoli retti, acuti, ottusi, esplementari, supplementari, complementari. Rette perpendicolari. Distanza di due punti. Lunghezza di un segmento. Ampiezza di un angolo. Area di una superficie. Teoremi sugli angoli supplementari. Come si imposta e si svolge una dimostrazione in geometria razionale: esempi.

#### TRIANGOLI

Proprietà generali dei poligoni convessi. Triangoli: definizioni e nomenclatura. Il triangolo è un poligono convesso. Costruzione di triangoli scaleni. Costruzione rapida di triangoli isosceli e di triangoli equilateri. Triangoli congruenti. Primo criterio di congruenza dei triangoli. Un triangolo isoscele ha due angoli congruenti. Secondo criterio di congruenza dei triangoli: la dimostrazione per assurdo. Un triangolo con due angoli congruenti è isoscele. Terzo criterio di congruenza dei triangoli. Costruzione di un angolo congruente a un angolo assegnato. Criteri di congruenza dei poligoni convessi. Costruzione e unicità della bisettrice di un angolo. Costruzione e unicità del punto medio di un segmento. Bisettrici, mediane, altezze in un triangolo isoscele. Rette perpendicolari. Costruzione e unicità della perpendicolare condotta a una retta per un suo punto o per un punto a essa non appartenente. Primo teorema dell'angolo esterno e suoi corollari. Costruzione di triangoli rettangoli, acutangoli, ottusangoli. Altezze di un triangolo e loro proprietà. Lati e angoli diseguali nei triangoli. Disuguaglianza triangolare. Disuguaglianze tra elementi di triangoli. Proiezioni. Distanza di un punto da una retta. Segmenti obliqui.

#### RETTE PARALLELE

Esistenza di rette prive di punti comuni. Rette parallele e fasci impropri di rette. Costruzione della parallela per un punto assegnato. Trasversali di due rette e nomenclatura degli angoli. Condizioni sufficienti di parallelismo. Il postulato delle

parallele. La negazione del postulato e le geometrie non euclidee. Modelli particolari di geometrie non euclidee. Prime conseguenze del postulato delle parallele. Proprietà degli angoli con i lati paralleli. Proprietà degli angoli coi lati perpendicolari. Secondo teorema dell'angolo esterno. Somma degli angoli interni di un triangolo. Somma degli angoli interni di un poligono convesso. Somma degli angoli esterni di un poligono convesso. Criteri di congruenza dei triangoli rettangoli. Proprietà della mediana relativa all'ipotenusa di un triangolo rettangolo. Distanza di due rette parallele. Segmenti paralleli compresi tra rette parallele.

#### PARALLELOGRAMMI

Strisce. Convessità di una striscia. Bisettrice di una striscia e sue proprietà. Strisce parallele e loro proprietà. Intersezione di due strisce non parallele: il parallelogramma è un quadrilatero convesso. Proprietà di un parallelogramma. Simmetria centrale. Centro di un parallelogramma. Criteri per stabilire se un quadrilatero è un parallelogramma.

Erba, 8 giugno 2026

L'insegnante

I rappresentanti degli alunni